מבחן מיון לנבחרות ישראל במדעי המחשב –שלב א1

מועד ראשון 26.10.2022

أولمبياد علوم الحاسوب، المرحلة "أ"، 2022

الموعد "أ"

في الامتحان الذي أمامكم، ستظهر 5 أسئلة.

في كل سؤال من الأسئلة أو البنود، عليكم إجراء الحسابات والإجابة بعدد واحد. يستوجب حساب الأعداد إجراء المفاضلات الملائمة واستخدام أفكار خوارزمية. من المهم جدا فحص والتأكد من أن الحسابات التي أجريتموها صحيحة.

في هذا الامتحان، يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة، لكن ممنوع استعمال أي مواد مساعدة أخرى، وممنوع البرمجة.

في الأولمبياد نفسه، ستكون هنالك أسئلة خوارزميات وسيكون من الواجب على المتنافسين برمجة حلولهم، لكن المرحلة الحالية لا تستدعي معرفة في البرمجة، والهدف منها هو فحص التفكير الخوارزمي والرياضي لديكم. الأسئلة فيها مخصصة للحل اليدوي.

في الأسئلة التي تنجحون بحلّها، سيكون مطلوبا منكم كتابة شرح قصير. لا حاجة لإثبات رياضي أو بالدخول في التفاصيل الصغيرة، الهدف من الشرح هو فهم طريقة حلّكم بصورة عامّة، وسيتم فحص شرح الإجابات الصحيحة فقط.

ستتم دعوة التلاميذ والتلميذات المتميّزين لمراحل التصنيف التالية لمنتخب إسرائيل في علوم الحاسوب، والذي سيتم اختيار الوفود المشاركة في الأولمبياد الدولي لعلوم الحاسوب عام 2023 في هنغاريا، منه. كذلك، ستكون أمام البنات المتميّزات إمكانية المشاركة في الأولمبياد الدولي لعلوم الحاسوب للبنات (الذي لم يتم تحديد الدولة التي ستستضيفه بعد).

מבחן מיון לנבחרת ישראל במדעי המחשב – שלב א

מועד א

السؤال 1 (15 درجة)

تزور السيّدة بينك حانوت المغناطيسات.

في الحانوت، هنالك مغناطيسات مع أرقام مختلفة، ومخزون المغناطيسات لكل رقم غير محدود. لكل مغناطيس بشكل رقم معين، سعر خاص به.

لدى السيدة بينك في محفظتها مبلغ مالي معين، وهي ترغب بشراء مغناطيسات بحيث تستطيع أن تركّب منها أكبر عدد ممكن. انتبهوا إلى أنه يجب عليها استعمال الأرقام التي اشترتها كما هي، أي أنها لا تستطيع تدوير الرقم 9 وتحويله إلى 6، وهكذا، يجب أن يتم استخدام كل رقم للهدف الخاص به.

السيدة بينك ليست مجبرة على استخدام كل أموالها لشراء المغناطيسات. كذلك، يمكنها شراء مغناطيس على شكل رقم معين عدّة مرات.

من أجل تركيب أكبر عدد ممكن، العملية الوحيدة المسموح لها باستخدامها هي وضع الأرقام التي اشترتها بالترتيب الذي تختاره من أجل تركيب عدد من هذه الأرقام (أي أنها لا تستطيع إجراء عمليات حسابية مثل القوى وما شابه، لا يوجد تفذلك في الحل).

هذا مبلغ المال الذي تخصصه السيدة بينك لشراء المغناطيسات، وأسعار كل رقم من الأرقام.

ما هو أكبر عدد يمكن للسيدة بينك أن تركبه (بعد أن تقرر أي أرقام يجب عليها أن تشتري، وبأي ترتيب ستقوم بوضعها)، إذا كان:

א. لديها 100 ش.ج، وتكاليف الأرقام هي:

الرّقم	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
السعر	13 ش.ج	15 ش.ج	12 ش.ج	14 ش.ج	19 ش.ج	13 ش.ج	12 ش.ج	20 ش.ج	12 ش.ج	11 ش.ج

ב. لديها 100 ش.ج، وتكاليف الأرقام هي:

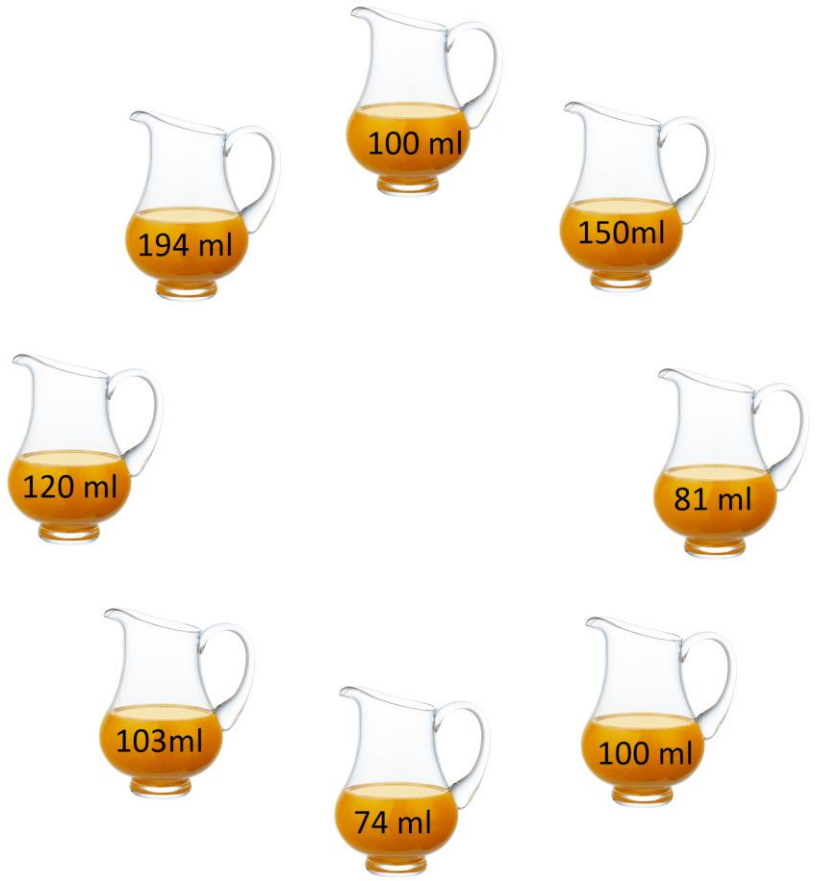
الرّقم	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
السعر	14 ش.ج	16 ش.ج	15 ش.ج	14 ش.ج	19 ش.ج	13 ش.ج	12 ش.ج	20 ش.ج	14 ش.ج	10 ش.ج

ג. لديها 2022 ش.ج، وتكاليف الأرقام هي:

الرّقم	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
السعر	400 ش.ج	350 ش.ج	341 ش.ج	500 ش.ج	331 ش.ج	330 ش.ج	337 ش.ج	420 ش.ج	332 ش.ج	331 ش.ج

السؤال 2 (20 درجة)

لدى جالا 8 أباريق عجيبة. يمكن لكل إبريق عجيب أن يستوعب ما لا نهاية له من السوائل.
قامت جالا بترتيب الأباريق الثمانية في دائرة، مع كمية ما من العصير في كل منها، كما يظهر في الرسم التالي:

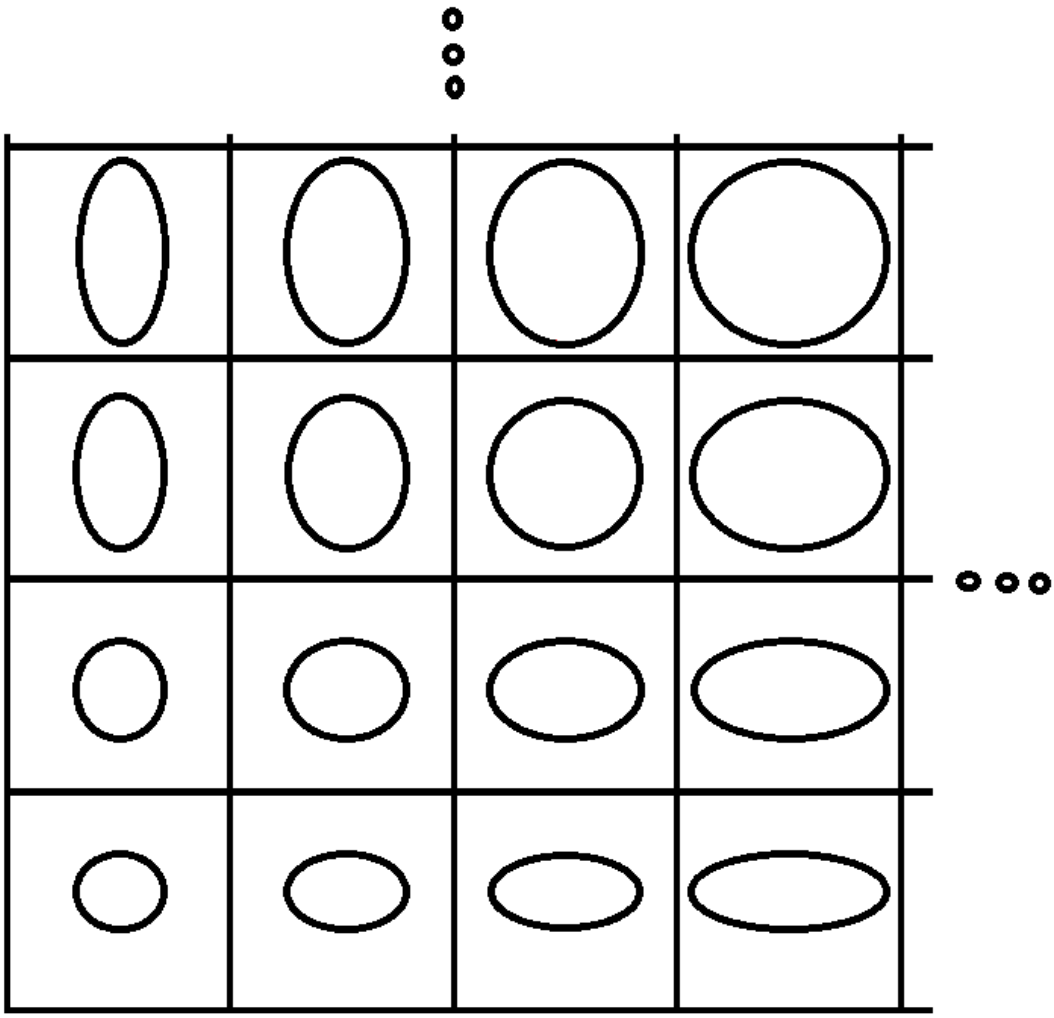


في كل دقيقة، تضيف جالا لكل إبريق كمية عصير مساوية لمجموع كميات العصير في الإبريقين القريبين منه (في الإبريق القريب من اليمين والإبريق القريب من اليسار). في البداية تقوم بحساب كم من العصير عليها أن تضيف لكل إبريق من الأباريق، وبعدها تقوم بإضافتها (مثلا، في الدقيقة الأولى، ستضاف للإبريق الأعلى في الرسم 344 ملل (ml) من العصير، وللإبريق الموجود على يمينه في الرسم، ستضاف 181 ملل عصير).

أ. كم ستكون كمية العصير الإجمالية بالمليلتر (مجموع الكميات في كل الأباريق) بعد 10 دقائق؟ (رمز للفحص: مجموع الأرقام في إجابتكم يجب أن يكون 36).
ب. ماذا ستكون منزلة الآحاد في كمية العصير الإجمالية بعد 2022 دقيقة؟
ج. ماذا ستكون منازل الآحاد في كمية العصير الإجمالية بعد 10^{2022} دقيقة؟

السؤال 3 (20 درجة)

يحب السيّد حرمون رسم ثمار الشّمام بواسطة قوالب.
انكسر أكثر قالب يحبه، والذي اعتاد على رسم ثمار الشمام بواسطته كل صباح، وهو يرغب الآن بشراء قالب مطابق له.
كما يعرف الجميع، فإن ثمار الشمام بيضوية الشكل.
في الحانوت، هناك الكثير من القوالب، وبالإمكان وصف كل قالب من خلال وسيطين (بارامترين) - الطول والارتفاع.
القوالب مرتّبة داخل خلايا مربعة، بحيث تكون القوالب في كل سطر بنفس الارتفاع، ويتم تصنيفها بحسب اتساع كل قالب، من الصغير إلى الكبير (الأقل اتساعا في الجهة اليسرى، والأكثر اتساعا في الجهة اليمنى). في كل عمود، تكون القوالب بنفس الاتساع ويتم تصنيفها بحسب ارتفاع كل قالب، من الصغير إلى الكبير (الأقل ارتفاعا في الأسفل، والأكثر ارتفاعا في الأعلى). ليس هنالك قالبان في نفس السطر لديهما نفس الاتساع، أو قالبان في نفس العمود لديهما نفس الارتفاع:



السيد حرمون يعرف أن هنالك بالضرورة قالب مطابق للقالب الذي يبحث عنه، وأنه موجود في أحد المربعات في الخلايا، لكنه لا يستطيع تمييزه بواسطة العين.

احضر معه رسمًا كان قد رسمه في السابق بواسطة القالب الذي يبحث عنه، ويمكنه أخذ أي قالب من الخلية وفحص إن كان ملائما للرسم. هكذا يعرف إن كان القالب الذي يفحصه بالطول الصحيح تماما، هل هو أطول أم هل هو أقصر. كذلك، سيعرف إن كان القالب الذي يفحصه بالاتساع الصحيح تماما، هل هو أطول مما يجب أو أقصر مما يجب. عمليا، لكل مقارنة بين الرسم الذي أحضره من المنزل وبين القالب في الحانوت، يتلقى السيد حرمون إجابتين. إجابة بشأن الطول (إحدى الإمكانيات التالية: أطول، أقصر، مساوٍ)، وإجابة بشأن الاتساع (إحدى الإمكانيات التالية: أوسع، أقل اتساعا، مساوٍ). ممنوع على السيد حرمون تدوير القوالب.

كم قالبا من الخلايا سيكون على السيد حرمون أن يفحص، **في أسوأ حالة**، قبل أن يعرف **بالتأكيد** في أي مربع يتواجد القالب الذي يبحث عنه:

א. إذا كانت في الخلايا 7 أسطر و 7 أعمدة.

ב. إذا كانت في الخلية 2022 سطرا و 2022 عمودا.

ג. في هذا البند، مسموح للسيد حرمون أن يفحص 25 قالبا على الأكثر.
ما هو أكبر عدد من الأسطر التي من الممكن أن تكون في الخلية بحيث **يستطيع** السيد حرمون أن يعرف **بالتأكيد** في أي مربع يتواجد القالب الذي يبحث عنه.
انتبهوا إلى أن السيد حرمون ذكي جدا، وأنه سيجري الفحوص على أفضل وجه ممكن. كذلك، انتبهوا إلى أن الخلية مربّعة - عدد الأسطر فيها مساوٍ لعدد الأعمدة.

السؤال 4

تملك الجدّة سميث مجموعة من صناديق الكرز. ليس هنالك صندوقان فيهما نفس عدد الكرزات. على كل صندوق هنالك ملصقة مع رقم تشخيص خاص، بحيث تعرف الجدّة سميث كيف تفرّق بينها.

ليس بالإمكان رؤية عدد الكرزات من خلال الصندوق، وممنوع فتح الصناديق.

لدى الجدّة سميث ميزان، يمكنها أن تضع في كل جهة منه صندوقا واحدا فقط، ومن خلال ذلك معرفة في أي جهة يتواجد الصندوق الأثقل وزنا. لحسن حظ الجدّة سميث، فإن أوازن كل ثمار الكرز متساوية، بحيث يحتوي الصندوق الأثقل وزنا على عدد كرزات أكبر.

أجرت الجدّة سميث عدّة وزنات بواسطة ميزانها وقامت بتسجيل النتائج (رقم تشخيص الصندوق الأثقل والصندوق الأخف من بين الصندوقين في نفس عملية الوزن)، لكن الميزان انكسر الآن، ولم يعد بإمكانها إجراء عمليات وزن إضافية. كذلك، ليس لديها أي طريقة أخرى للمقارنة بين أوزان الصناديق بدون الميزان (لا تشعر بالفروق)، المعلومات الوحيدة التي لديها هي المعلومات الناتجة عن عمليات الوزن التي وثّقتها، والمعلومات التي بالإمكان استنتاجها منها.

تريد الجدّة سميث إعداد طرد مواد غذائية. يتألف الطرد الغذائي من صندوق واحد أو أكثر من الكرز، مرتّبة بسطر واحد، بحيث يحتوي كل صندوق على كرز أقل من الصندوق الموجود إلى يمينه.

ممنوع على الجدّة سميث أن تقوم بإعداد طرد غذائي إذا لم تكن متأكدة بنسبة 100% من أن الشرط أعلاه يتحقق. كذلك، مسموح لها أن تقوم بإعداد طرد غذائي واحد فقط (لا يمكنها إعداد طرود غذائية إضافية إذا لم يكن هنالك تقاطع في الصناديق).

كم إمكانية مختلفة لدى الجدّة سميث لإعداد طرود غذائية، عندما:

أ. لديها 3 صناديق كرز ونتائج الوزن التي لديها هي:

رقم الوزنة	الرقم التشخيصي للصندوق الأثقل وزنا في العملية	الرقم التشخيصي للصندوق الأخف وزنا في العملية
الوزنة الأولى	1	2
الوزنة الثانية	1	3

ب. لديها 10 صناديق كرز ونتائج الوزن التي لديها هي:

رقم الوزنة	الرقم التشخيصي للصندوق الأثقل وزنا في العملية	الرقم التشخيصي للصندوق الأخف وزنا في العملية
الوزنة الأولى	1	2
الوزنة الثانية	2	3
الوزنة الثالثة	3	4
الوزنة الرابعة	4	5
الوزنة الخامسة	5	6
الوزنة السادسة	6	7
الوزنة السابعة	7	8
الوزنة الثامنة	8	9
الوزنة التاسعة	9	10

ج. لديها 5 صناديق كرز ونتائج الوزن التي لديها هي:

رقم الوزنة	الرقم التشخيصي للصندوق الأثقل وزنا في العملية	الرقم التشخيصي للصندوق الأخف وزنا في العملية

الوزنة الأولى	1	2
الوزنة الثانية	2	5
الوزنة الثالثة	3	4
الوزنة الرابعة	4	5
الوزنة الخامسة	1	3

د. لديها 10 صناديق كرز ونتائج الوزن التي لديها هي:

رقم الوزنة	الرقم التشخيصي للصندوق الأثقل وزنا في العملية	الرقم التشخيصي للصندوق الأخف وزنا في العملية
الوزنة الأولى	1	9
الوزنة الثانية	3	8
الوزنة الثالثة	10	4
الوزنة الرابعة	7	9
الوزنة الخامسة	9	5
الوزنة السادسة	2	9
الوزنة السابعة	9	10
الوزنة الثامنة	6	7

السؤال 5

لدى يونتان جدول بحجم 5*5. في كل خانة في الجدول، يمكنه أن يدخل إما تفاحة أو برتقالة. ليس بالإمكان ترك خانة فارغة.

يرغب بوضع تفاحة أو برتقالة في كل خانة من الجدول، بحيث يكون سطر واحد **تماما** فيه عدد **فردي** من **البرتقال**، وعمود واحد **تماما** فيه عدد **فردي** من **البرتقال** (وفي كل بقية الأسطر والأعمدة، يكون عدد زوجي من البرتقال).

أ. كم ترتيبا مختلفا للفواكه في الجدول يوجد، بحيث يتحقق هذا الشرط؟ (رمز للفحص: مجموع الأرقام في الإجابة هو 22).

ب. كم ترتيبا مختلفا مثل تلك من الممكن أن تتحقق في جدول بحجم 7*7؟

يعتبر ترتيبان معيّنان مختلفين إذا كانت هنالك خانة في أحد الترتيبات فيها تفاحة، وفي الترتيب الآخر فيها برتقالة (وممنوع تدوير أو عكس صورة الجدول - مثل المرآة).